

# OFDM için Yeni bir Teknik: OFDM-İndis Modülasyonu

## A New Technique for OFDM: OFDM-Index Modulation

Ertuğrul Başar\*, Ümit Aygözü\* ve Erdal Panayırıcı†

\*İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü,  
Telsiz Haberleşme Araştırma Laboratuvarı (THAL), Maslak, İstanbul.

Email: basarer,aygolu@itu.edu.tr

†Kadir Has Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Cibali, İstanbul.

Email: eepanay@khas.edu.tr

**Özetçe** —Bu çalışmada, frekans seçici kanallar için indis modülasyonlu dik frekans bölmeli çoğullama (OFDM-IM) olarak adlandırılan yeni bir sistem önerilmiştir. Bu sistemde bilgi, klasik OFDM'deki gibi sadece  $M$ 'li işaret uzaylarının elemanlarıyla değil aynı zamanda bilgi bitlerine göre belirlenen etkin alt taşıyıcı indisleri ile de taşınmaktadır. Önerilen bu sistem için değişik verici/alıcı yapıları incelenmiş ve bilgisayar benzetimleri sonucu OFDM-IM yapısının klasik OFDM'den oldukça iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler**—OFDM, İndis Modülasyonu.

**Abstract**—In this study, a novel scheme called orthogonal frequency division multiplexing with index modulation (OFDM-IM) is proposed for frequency selective channels. In this scheme, the information is conveyed not only by only  $M$ -ary signal constellations as in classical OFDM, but also by the indices of the active subcarriers, which are determined according to the information bits. Different transceiver structures have been investigated for the proposed scheme and it has been shown via computer simulations that OFDM-IM system achieves significantly better error performance than the classical OFDM.

**Keywords**—OFDM, Index Modulation.

### I. GİRİŞ

Çok taşıyıcılı iletim sayısal iletişimde öncü bir teknoloji olmuş ve günümüzde birçok telsiz iletişim standartında yerini almıştır. Dik frekans bölmeli çoğullama (OFDM) ise en yaygın olarak kullanılan çok taşıyıcılı iletim sistemidir. Çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) sistemler için önerilen ve anten indisleriyle bilgi iletimi sağlayan uzaysal modülasyon (SM) tekniği de son yıllarda araştırmacıların oldukça ilgisini çekmiştir [1], [2].

Bu çalışmada SM tekniğinden esinlenerek indis modülasyonlu dik frekans bölmeli çoğullama (OFDM-IM) olarak adlandırılan yeni bir OFDM yapısı önerilmiştir. Bu sistemin klasik OFDM'den en büyük farkı etkin alt taşıyıcıların indisleriyle de bilgi bitlerinin iletilmesidir. Etkin alt taşıyıcı sayılarının ayarlanması ve bilgi bitlerinin sistematik bir biçimde bu etkin alt taşıyıcıların indislerine eşlenmesini sağlayan genel bir yöntem sunulmuştur. OFDM-IM için değişik eşleme ve sezim teknikleri önerilmiştir. Bilgisayar benzetimleri ve teorik analizler sonucu OFDM-IM yapısının klasik OFDM'den oldukça iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir. Gösterim: Kalın küçük harfler vektörleri, kalın büyük harfler ise matrisleri göstermektedir.  $(\cdot)^T$  ve  $(\cdot)^H$  sırasıyla evriği and Hermisyen eşleniği göstermektedir.  $\mathcal{CN}(0, \sigma_X^2)$  ise  $\sigma_X^2$

varyanslı dairesel simetrik karmaşık Gauss dağılımını göstermektedir.  $C(n, k)$  binom katsayısını,  $\lfloor \cdot \rfloor$  ise taban işlevini göstermektedir.  $\mathcal{S}$ ,  $M$ 'li karmaşık işaret uzayını göstermektedir.

### II. OFDM-IM SİSTEM MODELİ

Frekans seçici bir Rayleigh kanalda çalışan OFDM-IM sistemini ele alalım. Her bir OFDM bloğunun iletimi için vericiye  $m$  bit gelmektedir. Bu  $m$  bit, her biri  $p$  bit içeren  $g$  kümeye ayrılmaktadır ( $m = pg$ ).  $p$  bitlik her bit dizisi  $n = N/g$  uzunluklu bir OFDM alt bloğuna eşlenecektir. Burada  $N$  alt taşıyıcı sayısını göstermektedir. Klasik OFDM'in tersine bu eşleme işlemi sadece modülasyonlu simgeler aracılığıyla değil aynı zamanda alt taşıyıcıların indisleriyle de gerçekleştirilecektir. SM tekniğinden esinlenerek her bir alt blok için  $n$  alt taşıyıcıdan sadece  $k$  tanesi kullanılmakta ve bu etkin alt taşıyıcıların indisleri de  $p$  bitlik bilgi dizisinin ilk  $p_1$  biti ile belirlenmektedir. Etkin olmayan alt taşıyıcılara karşılık gelen simgeler ise sıfırlanarak bu alt taşıyıcılardan veri iletilmemektedir.  $p$  bitlik dizinin geriye kalan  $p_2 = k \log_2 M$  biti ise etkin alt taşıyıcıları modüle edecek veri simgelerin belirlenmesi için kullanılacaktır. Diğer bir deyişle, OFDM-IM sisteminde bilgi sadece  $M$ 'li işaret uzaylarının simgeleriyle değil bu simgeler tarafından modüle edilen aktif taşıyıcıların indisleri ile de taşınmaktadır.

OFDM-IM sistemin blok gösterilimi Şekil 1'de verilmiştir. Her  $\beta$  alt bloğu için gelen  $p_1$  bit,  $n$  olası indisten  $k$  adetini seçen indis seçiciye aktarılmaktadır. Seçilen indisler

$$I_\beta = \{i_{\beta,1}, \dots, i_{\beta,k}\} \quad (1)$$

şeklinde olup, burada  $i_{\beta,\gamma} \in [1, \dots, n]$ ,  $\beta = 1, \dots, g$  ve  $\gamma = 1, \dots, k$ 'dir. Dolayısıyla OFDM bloğu için etkin indislerin konumlarıyla taşınan bitlerin toplam sayısı

$$m_1 = p_1 g = \lfloor \log_2(C(n, k)) \rfloor g \quad (2)$$

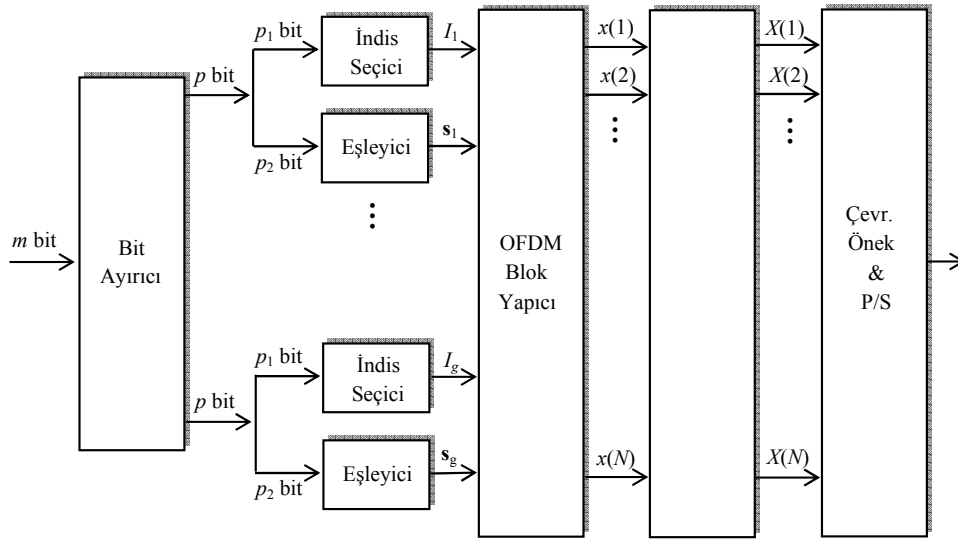
olmaktadır. Diğer bir deyişle  $I_\beta$ ,  $c = 2^{p_1}$  farklı şekilde gerçekleştirilebilir. Önerilen sistemde  $N$  alt taşıyıcıdan  $K = kg$  tanesi etkin olduğundan,  $M$ 'li işaret uzayların elemanlarıyla taşınan bitlerin toplam sayısı ise

$$m_2 = p_2 g = k (\log_2(M)) g \quad (3)$$

olmaktadır. Böylece tek bir OFDM bloğu ile  $m = m_1 + m_2$  bit iletilmektedir. Eşleyici çıkışındaki simge vektörü

$$\mathbf{s}_\beta = [s_\beta(1) \dots s_\beta(k)] \quad (4)$$

ile gösterilecek olursa burada  $s_\beta(\gamma) \in \mathcal{S}$ ,  $\beta = 1, \dots, g$ ,  $\gamma =$



Şekil 1. OFDM-IM sisteminin blok gösterilimi

$1, \dots, k$ 'dir. OFDM blok yapıcı, öncelikle  $\beta = 1, \dots, g$  için  $I_\beta$  ve  $s_\beta$ 'yi göz önüne alarak tüm alt blokları oluşturur ve ardından bu alt blokları birleştirerek  $N \times 1$ 'lik ana OFDM bloğunu elde eder:

$$\mathbf{x}_F = [x(1) x(2) \dots x(N)]^T. \quad (5)$$

Burada  $x(\alpha) \in \{0, \mathcal{S}\}$ ,  $\alpha = 1, \dots, N$ 'dir. Klasik OFDM'in tersine önerilen yapıda  $\mathbf{x}_F$ 'in bazı elemanları sıfır olmaktadır, bu sıfırların konumları da bilgi taşımaktadır.

Ana OFDM bloğunun oluşturulmasının ardından klasik OFDM işlemleri uygulanmaktadır: öncelikle ters hızlı Fourier dönüşümü (IFFT) uygulanmakta,  $L$  uzunluklu çevrimsel önek (CP) eklenerek paralel-seri dönüşümünün ardından  $\nu$  katsayılı bir frekans seçici kanaldan iletim sağlanmaktadır.  $L > \nu$  için bileneceği üzere OFDM sisteminin frekans bölgesindeki eşdeğer giriş-çıkış ilişkisi

$$y_F(\alpha) = x(\alpha) h_F(\alpha) + w_F(\alpha), \quad \alpha = 1, \dots, N \quad (6)$$

biçimindeki düz sönümlenme modeline indirgenmektedir. Burada  $y_F(\alpha)$ ,  $h_F(\alpha)$  ve  $w_F(\alpha)$  sırasıyla frekans bölgesindeki alınan işareti, kanal sönümlenme katsayısını ve gürültü örneklerini göstermekte olup,  $h_F(\alpha)$ ,  $\mathcal{CN}(0, 1)$  dağılımına,  $w_F(\alpha)$  ise  $N_{0,F}$  frekans bölgesindeki gürültünün varyansını göstermek üzere  $\mathcal{CN}(0, N_{0,F})$  dağılıma sahiptir. İşaret-gürültü oranı (SNR)  $\rho = E_b/N_{0,T}$  şeklinde tanımlanmak üzere  $E_b = (N + L)/m$  ortalama bit enerjisi,  $N_{0,T}$  ise zaman bölgesindeki gürültü varyansdır. OFDM-IM sisteminin bant verimliliği ise  $m/(N + L)$  [bits/s/Hz] olmaktadır. Alıcıda kanalın tam olarak bildiği varsayılmıştır.

OFDM-IM alıcısının görevi alınan işaretleri işleyerek etkin alt taşıyıcı indisleri ve bu indislerle ilişkin bilgi simgelerini belirlemektir. Ancak burada etkin indislerin konumları dolayısıyla klasik OFDM'deki gibi sadece  $y(\alpha)$  göz önüne alınarak  $x(\alpha)$ 'ya karar verilememektedir. OFDM-IM için iki tür alıcı önerilmiştir:

*i) ML sezici:* OFDM-IM sistemin en büyük olabilirlikli (ML) sezicisi tüm olası etkin alt taşıyıcı indislerini ve işaret uzayı simgelerini tarayarak etkin indisler ve işaret uzayı simgelerine birlikte karar vermektedir. Bu karar için tüm alt

blok gerçeklemelerini göz önüne alan

$$\left( \hat{I}_\beta, \hat{s}_\beta \right) = \arg \min_{I_\beta, s_\beta} \sum_{\gamma=1}^k \left| y_F^\beta(i_{\beta,\gamma}) - h_F^\beta(i_{\beta,\gamma}) s_\beta(\gamma) \right|^2 \quad (7)$$

metriği minimize edilmelidir. Burada  $y_F^\beta(\xi) = y_F(n(\beta - 1) + \xi)$  ve  $h_F^\beta(\xi) = h_F(n(\beta - 1) + \xi)$ , sırasıyla  $\beta$  alt bloğuna denk gelen alınan işaretler ve kanal sönümlenme katsayılarıdır.  $I_\beta$ 'nin  $c$ ,  $\mathbf{x}_\beta$ 'nin ise  $M^k$  farklı gerçekleşmesi olduğundan (7)'te gerçekleştirilen metrik hesaplarının toplam sayısı  $cM^k$  olmaktadır. Dolayısıyla, artan  $k$  değerleriyle birlikte (7)'ün karmaşıklığı üstel olarak artacağından ML alıcı bu durumlar için pek uygun bir çözüm değildir.

*ii) LLR sezici:* OFDM-IM sisteminin logaritmik olabilirlik oranı (LLR) sezicisi ise frekans bölgesindeki simgelerin değerlerinin ya sıfır ya da sıfırdan farklı olacağını göz önüne alarak bu simgelerin sonsal olasılıklarının oranının logaritmasını hesaplamaktadır. Her bir indis için aşağıda hesaplanan bu oran, o indisin etkin bir alt taşıyıcıya ait olup olmadığı hakkında bilgi vermektedir:

$$\lambda(\alpha) = \ln \frac{\sum_{s_\chi=1}^M P(x(\alpha) = s_\chi | y_F(\alpha))}{P(x(\alpha) = 0 | y_F(\alpha))} \quad (8)$$

Burada  $s_\chi \in \mathcal{S}$ 'dir. Diğer bir deyişle bir  $\alpha$  indisi için  $\lambda(\alpha)$  ne kadar büyükse o indisin etkin olma olasılığı o kadar yüksek olacaktır. (8)'te Bayes formülü kullanılır ve etkisiz terimler atılacak olursa

$$\lambda(\alpha) = \frac{|y_F(\alpha)|^2}{N_{0,F}} + \ln \left( \sum_{s_\chi=1}^M \exp \left( - \frac{|y_F(\alpha) - h_F(\alpha) s_\chi|^2}{N_{0,F}} \right) \right) \quad (9)$$

elde edilecektir. Nümerik hesaplama hatalarından kaçınmak için (9)'te Jacobian algoritması kullanılabilir [3]. Örneğin, BPSK modülasyonu için,  $a = -|y_F(\alpha) - h_F(\alpha)|^2/N_{0,F}$  ve  $b = -|y_F(\alpha) + h_F(\alpha)|^2/N_{0,F}$  olmak üzere (9)

$$\lambda(\alpha) = \max(a, b) + \ln(1 + \exp(-|b - a|)) + \frac{|y_F(\alpha)|^2}{N_{0,F}} \quad (10)$$

şekline dönüşmektedir.  $N$  tane LLR değerinin hesaplanmasının ardından her bir alt blok için alıcı,  $n$  indisten en yüksek LLR değerlerine sahip  $k$  indisin aktif olduğuna karar vermektedir. Böylece (9)'den de görüldüğü üzere bu alıcının karmaşıklığı  $M$  ile doğrusal artmaktadır ki bu klasik OFDM'in karmaşıklık derecesine eşittir. Diğer taraftan bu alıcı gerçek bir ML alıcısı değildir. Bunun nedeni alıcının  $I_\beta$ 'nin tüm olası değerlerini bilmemesidir. Büyük  $n$  ve  $k$  değerleri için alıcının  $I_\beta$ 'nin tüm olası değerlerini bilmesi oldukça zor olmasına karşın, LLR sezici  $I_\beta$ 'ya dahil olmayan tamamen hatalı bir etkin indisler dizisine de karar verebilir. Bunun nedeni  $k > 1$  için  $C(n, k) > c$  olması ve dolayısıyla vericide  $C(n, k) - c$  indis birleşimlerinin fazlalık olarak ayrılmış olmasıdır. Örneğin,  $n = 4, k = 2$  için toplam  $C(4, 2) = 6$  farklı seçim olacağından  $c = 4$  olup 2 adet indis seçimi kullanılmayacaktır. LLR sezici ise ayrılmış olan bu 2 seçimden birine hatalı karar verebilir. LLR sezici tarafından etkin indislerin belirlenmesinin ardından ilişkin bilgi simgelerine rahatlıkla karar verilebilir.

Etkin alt taşıyıcı indislerinin ML ya da LLR sezicilerden biri tarafından belirlenmesinin ardından bu bilgi "indis geri eşleyici" kısmına aktarılarak ilişkin bilgi bitlerine geri dönülebilir. Indis geri eşleyicisi Şekil 1'de gösterilen indis eşleyicinin ters işlevini yaparak girişine verilen etkin indis dizisinin bir kestiriminden indis seçimini gerçekleştiren  $p_1$  bitlik dizinin bir kestirimini elde eder.

### III. OFDM-IM SİSTEMİNİN GERÇEKLENMESİ

Bu bölümde, indis seçici ve indis geri eşleyici katmanları üzerine yoğunlaşarak bu katmanların değişik gerçekleştirme şekilleri sunulmaktadır. Bölüm II'de belirtildiği gibi indis seçici, girişindeki  $p_1$  bitlik diziye dayanarak  $C(n, k)$  olası seçim içerisinden belli bir indis dizisini seçerek bunları etkin alt taşıyıcı indisleri olarak atamaktadır. Diğer taraftan alıcıda yer alan indis geri eşleyici ise bunun ters işlevini uygulamaktadır.

OFDM-IM sistemi başlangıcında bir bit ayırıcı olmadan da gerçekleştirilebilir. Böylece OFDM-IM sistemi  $n = N$  için çalışacaktır. Ancak bu durumda  $C(n, k)$  çok büyük değerler alabilir ve sistemin gerçekleştirilmesini zorlaştırabilir. Dolayısıyla, büyük ve tek bir OFDM bloğuyla ilgilenmek yerine, bu bloğu küçük alt bloklara ayırarak verici ve alıcı kısımlarındaki etkin indis seçimi ve sezimi işlemlerinin kolaylaştırılması hedeflenmiştir. OFDM-IM için iki tür eşleyici önerilmiştir:

*i) Referans Tablo Yöntemi:* Bu eşleme yönteminde, verici ve alıcı taraflarında kullanılmak üzere  $c$  satırlı bir referans tablosu oluşturulmaktadır. Verici tarafında, indis seçiciye gelen  $p_1$  bit için bu tablo yardımıyla etkin indisler belirlenmekte, alıcıda ise etkin indisler belirlendikten sonra ilişkin bitlere bu tablo ile dönülmektedir.  $s_\chi, s_\zeta \in \mathcal{S}$  olmak üzere  $n = 4, k = 2$  ve  $c = 4$  için bir referans tablo örneği Tablo I'de verilmiştir. Küçük boyutlara sahip olduğu sürece oldukça basit ve etkin bir yöntem olmasına karşın artan  $n$  ve  $k$  değerleri için tablonun boyutu da üstel bir biçimde artacağından tablo yöntemi bu durumlar için uygun değildir. Tablo yöntemi ancak bir ML sezici ile çalıştırılabilir. Bunun nedeni ML sezim için alıcının tüm olası indis seçimlerini gösteren bir tabloya gereksinim duymasıdır. Diğer taraftan tablo yönteminin bir LLR sezici ile birlikte kullanılması söz konusu değildir. Bunun nedeni alıcıda bulunan etkin indislerin tabloda yer almaması durumunda alıcının ilişkin bitlere karar verememesidir.

Tablo I.  $n = 4, k = 2$  ve  $p_1 = 2$  İÇİN BİR REFERANS TABLO ÖRNEĞİ

Bitler	İndisler	Alt Bloklar
[0 0]	{1, 2}	$[s_\chi s_\zeta 0 0]^T$
[0 1]	{2, 3}	$[0 s_\chi s_\zeta 0]^T$
[1 0]	{3, 4}	$[0 0 s_\chi s_\zeta]^T$
[1 1]	{1, 4}	$[s_\chi 0 0 s_\zeta]^T$

*ii) Birleşimsel Yöntem:* Birleşimsel sayı sistemi, tüm  $n$  ve  $k$  sayıları için doğal sayılarla  $k$ -seçimleri arasında bire bir eşleme sunmaktadır [4]. Birleşimsel yöntem ile doğal bir sayı,  $c_k > \dots > c_1 \geq 0$  olmak üzere  $J = \{c_k, \dots, c_1\}$  şeklinde bir diziye eşlenebilir. Diğer bir deyişle, belli bir  $n$  ve  $k$  için tüm  $Z \in [0, C(n, k) - 1]$  doğal sayıları  $\{0, \dots, n - 1\}$  kümesinden elemanlar alan  $k$  uzunluklu bir  $J$  dizisine şu eşitlik aracılığıyla eşlenebilir:

$$Z = C(c_k, k) + \dots + C(c_2, 2) + C(c_1, 1). \quad (11)$$

Örneğin,  $n = 8, k = 4, C(8, 4) = 70$  için aşağıda verilen  $J$  dizileri elde edilebilir:

$$\begin{aligned} 69 &= C(7, 4) + C(6, 3) + C(5, 2) + C(4, 1) \rightarrow J = \{7, 6, 5, 4\} \\ 68 &= C(7, 4) + C(6, 3) + C(5, 2) + C(3, 1) \rightarrow J = \{7, 6, 5, 3\} \\ &\vdots \\ 32 &= C(6, 4) + C(5, 3) + C(4, 2) + C(1, 1) \rightarrow J = \{6, 5, 4, 1\} \\ &\vdots \\ 1 &= C(4, 4) + C(2, 3) + C(1, 2) + C(0, 1) \rightarrow J = \{4, 2, 1, 0\} \\ 0 &= C(3, 4) + C(2, 3) + C(1, 2) + C(0, 1) \rightarrow J = \{3, 2, 1, 0\}. \end{aligned}$$

Her  $n$  için sözlük sıralı  $J$  dizilerini elde etmede kullanılan algoritma ise kısaca şu şekilde özetlenebilir:  $C(c_k, k) \leq Z$  koşulu sağlayan en büyük  $c_k$  sayısı bulunur, ardından  $C(c_{k-1}, k-1) \leq Z - C(c_k, k)$  koşulunu sağlayan en büyük  $c_{k-1}$  sayısı bulunur ve bu şekilde devam edilir. OFDM-IM sisteminde, her bir alt blok için, indis seçiciye gelen  $p_1$  bit öncelikle bir ikili-ondalık dönüştürücü ile bir  $Z$  sayısına çevrilir ve ardından bu  $Z$  sayısı birleşimsel yöntemle  $J$  dizisine dönüştürülerek etkin indisler  $J + 1$  şeklinde belirlenir. Alıcı tarafında ise etkin indisler belirlendikten sonra (11) ile kolaylıkla  $\hat{Z}$  sayısına geri dönülebilir. Bu sayı da  $p_1$  bitlik bir ondalık-ikili dönüştürücüye verilerek ilgili bitlerin kestirimi elde edilir. Bu yöntem LLR sezici ile birlikte kullanılarak büyük  $n$  ve  $k$  değerleri için referans tablolardan kaçınılabilir. Diğer taraftan  $\hat{Z} > c$  durumda ortaya çıkabilecek tamamen hatalı kararlar göze alınmıştır.

### IV. OFDM-IM SİSTEMİNİN BAŞARIM ANALİZİ

Bu bölümde OFDM-IM sisteminin ortalama bit hata olasılığı analitik olarak elde edilecektir. Frekans bölgesindeki kanal katsayıları ile zaman bölgesindeki kanal katsayıları arasındaki ilişki  $\mathbf{h}_F = \mathbf{W}_N \mathbf{h}_T^0$  olup, burada  $\mathbf{W}_N$ , FFT matrisi,  $\mathbf{h}_T^0$  ise sıfır dolgulanmış zaman bölgesi kanal katsayıları vektörüdür. Frekans bölgesindeki kanal katsayıları yine Gauss dağılımlı olmakta birlikte

$$\mathbf{K} = E \{ \mathbf{h}_F \mathbf{h}_F^H \} = \mathbf{W}_N E \{ \mathbf{h}_T^0 \mathbf{h}_T^{0H} \} \mathbf{W}_N^H = \mathbf{W}_N^H \tilde{\mathbf{I}} \mathbf{W}_N$$

ilişki matrisine sahiptir. Burada  $\tilde{\mathbf{I}}$ , ilk  $\nu$  diagonal elemanı  $1/\nu$  olan bir tüm sıfır matrisidir.  $\mathbf{K}$ 'nın Hermisyen Toeplitz bir matris olması nedeniyle tüm alt bloklar için hata olaylarının özdeş olacağı gözlenmiştir. Bu nedenle ilk alt blok seçilerek hata analizi yapılacak olursa tüm sistem analiz edilmiş olacaktır. İlk alt blok için frekans bölgesinde

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{h} + \mathbf{w} \quad (12)$$

yazılacak olursa,  $\mathbf{y} = [y_F(1) \cdots y_F(n)]^T$ ,  $\mathbf{X} = \text{diag}[x(1), \dots, x(n)]$  ve  $\mathbf{w} = [w_F(1) \cdots w_F(n)]^T$  olacaktır. Bir  $\mathbf{X}$  matrisinin iletilip  $\hat{\mathbf{X}}$  olarak hatalı çözülmesi durumunda (12)'de verilen model için koşullu hata olasılığı

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}|\mathbf{h}) = Q\left(\sqrt{\delta/(2N_{0,F})}\right) \quad (13)$$

şeklinde olacaktır [5]. Burada  $\delta = \|(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})\mathbf{h}\|_F^2 = \mathbf{h}^H \mathbf{A} \mathbf{h}$  olup  $\mathbf{A} = (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^H (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})$  şeklindedir.  $Q(x) \cong \frac{1}{12}e^{-x^2/2} + \frac{1}{4}e^{-2x^2/3}$  yaklaşımı kullanılacak olursa, OFDM-IM sisteminin koşulsuz hata olasılığı,  $q_1 = 1/(4N_{0,F})$  ve  $q_2 = 1/(3N_{0,F})$  için

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \cong E_{\mathbf{h}} \left\{ \frac{1}{12} \exp(-q_1 \delta) + \frac{1}{4} \exp(-q_2 \delta) \right\} \quad (14)$$

olacaktır.  $\mathbf{K}_n = E\{\mathbf{h}\mathbf{h}^H\}$  olarak tanımlanır,  $r_1 = \text{rank}(\mathbf{K}_n) < n$  olduğu göz önüne alınırsa, yukarıdaki beklenti işlemini almak için Spectral Theorem kullanılabilir [6].  $\mathbf{K}_n = \mathbf{Q}\mathbf{D}\mathbf{Q}^H$  ve  $\mathbf{h} = \mathbf{Q}\mathbf{u}$  şeklinde tanımlanır,  $E\{\mathbf{u}\mathbf{u}^H\} = \mathbf{D}$ ,  $r_1 \times r_1$  bir diagonal matris olacaktır.  $\delta = \mathbf{u}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{A} \mathbf{Q} \mathbf{u}$  ve  $\mathbf{u}$ 'nun olasılık yoğunluk işlevi  $f(\mathbf{u}) = (\pi^{-r_1}/\det(\mathbf{D})) \exp(-\mathbf{u}^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u})$  göz önüne alınırsa

$$\begin{aligned} P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) &\cong \frac{\pi^{-r_1}}{12 \det(\mathbf{D})} \int_{\mathbf{u}} \exp(-\mathbf{u}^H [\mathbf{D}^{-1} + q_1 \mathbf{Q}^H \mathbf{A} \mathbf{Q}] \mathbf{u}) d\mathbf{u} \\ &+ \frac{\pi^{-r_1}}{4 \det(\mathbf{D})} \int_{\mathbf{u}} \exp(-\mathbf{u}^H [\mathbf{D}^{-1} + q_2 \mathbf{Q}^H \mathbf{A} \mathbf{Q}] \mathbf{u}) d\mathbf{u} \quad (15) \end{aligned}$$

$$= \frac{1/12}{\det(\mathbf{I}_{r_1} + q_1 \mathbf{D} \mathbf{Q}^H \mathbf{A} \mathbf{Q})} + \frac{1/4}{\det(\mathbf{I}_{r_1} + q_2 \mathbf{D} \mathbf{Q}^H \mathbf{A} \mathbf{Q})} \quad (16)$$

$$= \frac{1/12}{\det(\mathbf{I}_n + q_1 \mathbf{Q} \mathbf{D} \mathbf{Q}^H \mathbf{A})} + \frac{1/4}{\det(\mathbf{I}_n + q_2 \mathbf{Q} \mathbf{D} \mathbf{Q}^H \mathbf{A})} \quad (17)$$

$$= \frac{1/12}{\det(\mathbf{I}_n + q_1 \mathbf{K}_n \mathbf{A})} + \frac{1/4}{\det(\mathbf{I}_n + q_2 \mathbf{K}_n \mathbf{A})} \quad (18)$$

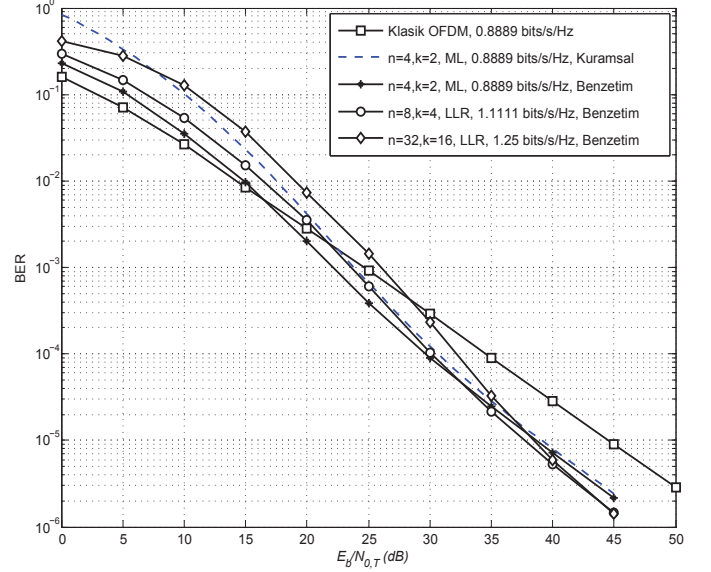
elde edilecektir. OFDM-IM sisteminin ortalama bit hata olasılığı ise

$$P_b \approx \frac{1}{p n_{\mathbf{X}}} \sum_{\mathbf{X}} \sum_{\hat{\mathbf{X}}} P(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) e(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \quad (19)$$

ilişkisinden hesaplanabilir. Burada  $n_{\mathbf{X}}$ ,  $\mathbf{X}$ 'nin olası gerçeklemelerinin sayısını,  $e(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$  ise ilgili hata olayı için bit hatalarının toplam sayısını göstermektedir.

## V. BENZETİM SONUÇLARI

Bu bölümde OFDM-IM sistemi için benzetim sonuçları sunulmakta ve önerilen bu sistem klasik OFDM ile karşılaştırılmaktadır. Tüm benzetimlerde  $N = 128$ ,  $\nu = 10$  ve  $L = 16$  alınmış ve BPSK modülasyonu kullanılmıştır.



Şekil 2. Değişik parametrelili OFDM-IM sistemlerinin bit hata olasılığı

Şekil 2'den görüldüğü üzere  $10^{-5}$ 'lik bir bit hata oranı (BER) için  $n = 4, k = 2$  OFDM sistemi aynı bant verimliliğinde çalışan klasik OFDM'e göre 6 dB'lik bir SNR iyileşmesi sağlamıştır. Bu iyileşme, etkin indislerle taşınan bitlerin daha yüksek bir koruma düzeyine sahip olmasıyla açıklanabilir. Karşılaştırma amacıyla (19)'ten elde edilen kuramsal eğri de Şekil 2'de verilmiştir. Buradan görüldüğü üzere artan SNR'la birlikte elde edilen kuramsal sonuçların oldukça tutarlı olduğu gözlemlenmiştir. Artan  $n$  değerleri içinse birleşimsel yöntem ve LLR sezici kullanılmıştır. Artan hızlarına rağmen  $n = 4, k = 2$  sistemine göre oldukça rekabetçi oldukları görülmüştür.

## VI. SONUÇ

Bu çalışmada etkin alt taşıyıcıların indisleriyle bilgi ileten özgün bir OFDM sistemi sunulmuştur. Önerilen sistemin klasik OFDM'den çok daha iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir. Gelecek çalışmalarda farklı verici alıcı yapılarının oluşturulması ve bu sistemin daha gerçekçi kanal koşullarında incelenmesi hedeflenmektedir.

## KAYNAKÇA

- [1] R. Mesleh, H. Haas, S. Sinanovic, C. W. Ahn, and S. Yun, "Spatial modulation," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 57, no. 4, pp. 2228–2241, Jul. 2008.
- [2] E. Başar, Ü. Aygözü, E. Panayircı, and H. V. Poor, "Space-time block coded spatial modulation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 59, no. 3, pp. 823–832, Mar. 2011.
- [3] P. Robertson, E. Villebrun, and P. Hoeher, "A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms operating in the log domain," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Commun.*, Seattle, WA, USA, Jun. 1995, pp. 1009–1013.
- [4] J. D. McCaffrey, "Generating the mth lexicographical element of a mathematical combination," *MSDN Library*, Jul. 2004. [Online]. Available: [http://msdn.microsoft.com/en-us/library/aa289166\(VS.71\).aspx](http://msdn.microsoft.com/en-us/library/aa289166(VS.71).aspx)
- [5] H. Jafarkhani, *Space-Time Coding*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2005.
- [6] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Matrix Analysis*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985.