

İki, Üç ve Dört Verici Antenli MIMO Sistemler için Kanal Sığasını Yakalayan Uzay-Zaman Blok Kodları

Channel Capacity Achieving Space-Time Block Codes for MIMO systems with Two, Three and Four Transmit Antennas

Ertuğrul Başar ve Ümit Aygözü

İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi,
Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü, 34469, Maslak, İstanbul, Türkiye.
{basarer,aygolu}@itu.edu.tr

Özetçe

Bu bildiri, iki, üç ve dört verici antenli çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) sistemler için MIMO kanal sığasını yakalayan tam ve kısmi çeşitlemeli, alıcı karmaşıklığı düşürülmüş üç yeni uzay-zaman blok kodu önerilmiştir. Önerilen kodların, verici çeşitlemesi sağlamayan uzamsal çoğullama sistemleri ile aynı iletim hızına sahipken, aynı zamanda ikinci dereceden verici çeşitlemesi de sağladığı gösterilmiştir. Bilgisayar benzetimleri sonucu, iki verici anten için önerilen kodun literatürdeki en iyi kod olan Golden kod ile aynı başarıyı daha düşük bir karmaşıklıkla sağladığı, üç ve dört verici anten için önerilen kodların da ilişkin uzamsal çoğulla-malı sistemlerden daha iyi başarımlar sağladığı gösterilmiştir.

Abstract

In this paper, three new multiple-input multiple-output (MIMO) channel capacity achieving, full and partial diversity, space-time block codes with reduced decoder complexities are proposed for MIMO systems having two, three and four transmit antennas. It is shown that the proposed codes have the same transmission rates as those of spatial multiplexing schemes while, moreover, offer second order transmit diversity. Computer simulations illustrate that the proposed code for two transmit antennas achieves the same performance as that of the best known code in the literature, the Golden code, with a lower decoding complexity while the proposed codes for three and four transmit antennas achieve better error performances than the corresponding spatial multiplexing schemes.

1. Giriş

Alıcı ve/veya vericide çok sayıda anten kullanımıyla telsiz kanalların sığasında kayda değer bir artış sağlanabileceği gösterilmiştir [1]. Uzay-zaman blok kodları, çok sayıda antenin bu gizil gücünü kullanabilmek için oldukça etkin bir yol sunmaktadır. Alamouti, iki verici antenli sistemler için dik olmasından dolayı oldukça basit bir şekilde en büyük olabirlikli (ML) çözülen ilginç bir tasarım sunmuştur [2]. Dik tasarımlar daha sonra üç ve dört verici antenli sistemler için geliştirilmiştir [3]. Dik tasarımların en kayda değer özelliği içerdiği simgelerin teker teker çözülebilmesine

olanak sağlamasından dolayı doğrusal bir alıcı karmaşıklığına sahip olmalarıdır. Fakat diklik koşulu oldukça katıdır. Dahası, bir dik tasarımın iletim hızının ikiden daha fazla verici anten için kanal kullanımı başına 3/4 karmaşık simgeyle (3/4 hızla) üstten sınırlandırıldığı kanıtlanmıştır [4]. Bu üst sınırın doğal bir sonucu olarak, dik tasarımların MIMO kanal sığasında çok ciddi kayıplara yol açtığı gösterilmiştir [5]. Dolayısıyla, araştırmacılar dik fakat düşük hızlı kodlar yerine, diklik koşulunu esneterek yüksek hızlı kodlar aramaya başlamıştır. İlk olarak [6]'da yukarıda söz edilen üst sınırı aşan, fakat dik tasarımlardan daha yüksek alıcı karmaşıklıklı tam hızlı (1 hızlı) yarı-dik bir tasarım önerilmiştir. [7]'de önerilen bileşenleri serpiştirilmiş dik tasarımlar (CIOD) ise, yarı dik tasarımların iletim hızlarına, dik tasarımların alıcı karmaşıklığıyla ulaşmıştır. Fakat geçen yıllar içerisinde tam hızlı kodların da gelecek nesil telsiz iletişim sistemleri için yeterli olamayacağı ortaya çıkmıştır. Örneğin, IEEE-802.16e gezgin geniş bant telsiz iletişim standardına, tam verici çeşitlemesi sağlayan 1 hızlı Alamouti kodu ve verici çeşitlemesi sağlamayan 2 hızlı uzamsal çoğullama (SM) tekniğinin yanı sıra hem tam çeşitleme sağlayan hem de iletim hızı 2 olan Golden kod [8] katılmıştır [9]. Cebirsel sayı kuramı kullanılarak elde edilen Golden kodun en büyük dezavantajı ise ML alıcı karmaşıklığının kullanılan işaret uzayının boyutunun dördüncü kuvvetiyle orantılı olmasıdır. [10]'da Golden koda nazaran daha düşük karmaşıklıklı fakat daha düşük kodlama kazançlı (dolayısıyla daha kötü hata başarımlarına sahip) 2 hızlı bir kod önerilmiştir. [8] ve [10]'daki kodlar, uzamsal çoğullama sistemi gibi iki verici anten için MIMO kanal sığasını yakalamaktadır. Diğer taraftan üç ve dört verici antenli sistemler için kanal sığasını yakalayan düşük karmaşıklıklı kodlar literatürde bulunmamaktadır.

Bu çalışmada, iki, üç ve dört verici antenli sistemler için MIMO kanal sığasını yakalayan ve aynı zamanda da ikinci dereceden verici çeşitlemesi sağlayan, düşük karmaşıklıklı uzay-zaman blok kodları önerilmiştir. Dik olmayan bu tasarımların karmaşıklığını düşürmek için optimum bir kod çözüme yöntemi olan koşullu ML kod çözüme kullanılmıştır [10]. İki verici anten için önerilen 2 hızlı kodun, literatürdeki en iyi kod olan Golden kod ile aynı başarıyı daha düşük bir karmaşıklıkla sağladığı gösterilmiştir. Üç ve dört verici anten için önerilen kodların alıcı karmaşıklıkları düşürülmüş, MIMO kanal sığasını yakaladıkları ve sağladıkları verici çeşitlemesi nedeniyle ilişkin uzamsal çoğullama sistemlerinden daha iyi başarımlara sahip oldukları gösterilmiştir.

2. Kanal Modeli ve Tasarım Ölçütleri

n_T verici, n_R de alıcı anten sayısını göstermek üzere $n_T \times n_R$ bir telsiz MIMO kanalı ele alalım. Alınan $T \times n_R$ işaret matrisi $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{T \times n_R}$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{H} + \mathbf{N} \quad (1)$$

şeklinde verilmek üzere, $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{T \times n_T}$ T zamanda iletilen kod sözcük matrisi, \mathbf{H} ve \mathbf{N} de sırasıyla $n_T \times n_R$ kanal matrisi ve $T \times n_R$ gürültü matrisidir. \mathbf{H} ve \mathbf{N} 'nin elemanları sırasıyla $N_{\mathbb{C}}(0,1)$ ve $N_{\mathbb{C}}(0, N_0)$ olasılık dağılım işlevli istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı karmaşık Gauss raslantı değişkenleridir. \mathbf{H} 'nin bir kod sözcüğünün iletimi sırasında sabit kaldığı, her bir kod sözcüğü için birbirinden bağımsız değerler aldığı ve alıcı tarafından bilindiği varsayılmıştır.

Bir uzay-zaman blok kodunun hızı, \mathbf{X} 'in içerisindeki farklı simgelerin toplam sayısı k olmak üzere, $R = k/T$ kanal kullanımı başına simge olarak tanımlanmıştır. Bir kodun MIMO kanal sığasını yakalayabilmesi için $R = n_T$ olmalıdır.

ML kod çözme karmaşıklığı, \mathbf{X} kod sözcüğünün çözülebilmesi için gerekli olan metrik hesaplarının toplam sayısı olarak tanımlanmıştır. \mathbf{X} 'in ML çözümü şu şekildedir:

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\mathbf{H}\|^2. \quad (2)$$

Burada $\|\cdot\|$ Frobenius normunu göstermektedir. M elemanlı bir işaret uzayı için (2)'deki minimizasyon M^k metriğin hesaplanmasını gerektirir. Dik tasarımlar [2,3,7], (2)'nin her biri M karmaşıklıkla k adet metriğe ayrıştırılmasını sağlar. Dik olmayan bir kodun alıcı karmaşıklığı M^k 'dan düşükse, bu kodun karmaşıklığı düşürülmüştür.

$\mathbf{X} \neq \hat{\mathbf{X}}$ olmak üzere, \mathbf{X} ve $\hat{\mathbf{X}}$ 'in tüm olası değerleri için kod sözcük fark matrisi $(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})$ 'in rankı r , verici çeşitlemesi derecesi olarak tanımlanmıştır. $r = n_T$ ise \mathbf{X} tam verici çeşitlemesi sağlar. Çiftsel hata olasılığının asimptotik olarak bağlı olduğu bir başka parametre ise

$$\delta = \min_{\mathbf{X}} |(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^H|_+ \quad (3)$$

şeklinde tanımlanan kodlama kazancıdır. (3)'de $|\mathbf{A}|_+$, \mathbf{A} 'nın pozitif öz değerlerinin çarpımını göstermektedir. Rank ve determinant ölçütleri, sırasıyla çeşitleme ve kodlama kazançlarının maksimize edilmesini sağlar [11].

3. Önerilen Uzay-Zaman Blok Kodları

Modülasyonlu, karmaşık x_0 ve x_1 simgelerini

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{0I} & 0 \\ 0 & x_{1R} + jx_{0I} \end{bmatrix} \quad (4)$$

kod matrisine göre iki zaman aralığında ileten, [7]'de önerilmiş CIOD'u ele alalım. Burada x_{iR} ve x_{iI} , $i = 0,1$ x_i 'nin sırasıyla gerçekte ve sanal kısımlarını göstermektedir. (4)'deki kodun maksimum çeşitleme ve kodlama kazançları sağlanması için QPSK ve M-QAM işaret kümeleri sırasıyla 13.29° ve 31.72° döndürülmelidir [7]. (4)'deki tasarımın dik olması için bırakılan boş yuvalar hem düşük bir kod hızına, hem de

yüksek bir tepe-ortalama güç oranına (PAPR) neden olmaktadır. (4)'deki model temel alınarak aşağıda verilen 2 hızlı kod önerilmiştir:

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} a(x_{0R} + jx_{1I}) & c(x_{2R} + jx_{3I}) \\ d(x_{3R} + jx_{2I}) & b(x_{1R} + jx_{0I}) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

(5)'deki a , b , c ve d parametreleri tasarım ölçütlerine göre belirlenen birim genlikli karmaşık tasarım parametrelerdir. QPSK ve 16-QAM işaret uzayları için $a = b = d = 1$, $c = j$ değerleriyle sırasıyla 0.8 ve 3.2'lik δ değerleri elde edilmiştir. \mathbf{X}_2 kodunun ML kod çözümü şu şekildedir: n_R alıcı anten için alınan işaretler,

$$\begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{2,1} & \cdots & r_{n_R,1} \\ r_{1,2} & r_{2,2} & \cdots & r_{n_R,2} \end{bmatrix} = \mathbf{X}_2 \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & \cdots & h_{n_R,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} & \cdots & h_{n_R,2} \end{bmatrix} + \mathbf{N} \quad (6)$$

olmak üzere, $h_{i,j} \in \mathbf{H}$ j . verici anten ile i . alıcı anten arasındaki kanal katsayısı, $r_{i,j} \in \mathbf{Y}$ de i . alıcı antende j . zamanda alınan işaretlerdir. (2)'deki yaklaşım, (6)'nın ML çözümü için M^4 metrik hesabını gerektirir. Fakat x_2 ve x_3 simgelerinin tüm olası değerleri için ara işaretler hesaplanarak bu karmaşıklık şu şekilde düşürülmüştür:

$$\begin{bmatrix} z_{1,1} & \cdots & z_{n_R,1} \\ z_{1,2} & \cdots & z_{n_R,2} \end{bmatrix} = \mathbf{Y} - \begin{bmatrix} 0 & c(x_{2R} + jx_{3I}) \\ d(x_{3R} + jx_{2I}) & 0 \end{bmatrix} \mathbf{H}. \quad (7)$$

Burada $z_{i,j} \in \mathbf{Z}$, $r_{i,j}$ 'den hesaplanan ara işaretlerdir. x_2 ve x_3 simgelerinin tüm olası değerleri içerisinde sadece doğru birleşim, (7)'yi aşağıdaki modele indirger:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} a(x_{0R} + jx_{1I}) & 0 \\ 0 & b(x_{1R} + jx_{0I}) \end{bmatrix} \mathbf{H} + \mathbf{N}. \quad (8)$$

Buna karşılık (8)'de verilen \mathbf{Z} matrisi x_2 ve x_3 'ün tüm olası değerleri için \mathbf{Q}_1 'in alınan işaret matrisi olarak kabul edilir. x_0 ve x_1 'in ML çözümü içinse alıcı önce ara işaretleri şu şekilde birleştirir: $\tilde{y}_0 = (\sum_{i=1}^{n_R} h_{i,1}^* z_{i,1})/a$ ve $\tilde{y}_1 = (\sum_{i=1}^{n_R} h_{i,2}^* z_{i,2})/b$. Ardından [7]'de verilen CIOD kod çözüm adımlarını izleyerek (x_2, x_3) çifti koşulu altında x_0 ve x_1 'in ML kestirimlerini

$$\begin{aligned} x_0^{ML} &= \arg \min_{x_0} \left\{ \beta |\hat{x}_{0R} - \alpha x_{0R}|^2 + \alpha |\hat{x}_{0I} - \beta x_{0I}|^2 \right\} \\ x_1^{ML} &= \arg \min_{x_1} \left\{ \alpha |\hat{x}_{0R} - \beta x_{0R}|^2 + \beta |\hat{x}_{0I} - \alpha x_{0I}|^2 \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

şeklinde elde eder. (9)'da $\hat{x}_0 = \text{Re}\{\tilde{y}_0\} + j \text{Im}\{\tilde{y}_1\}$,

$\hat{x}_1 = \text{Re}\{\tilde{y}_1\} + j \text{Im}\{\tilde{y}_0\}$ ve $\alpha = \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,1}|^2$, $\beta = \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,2}|^2$ 'dir.

Ardından (2)'de verilen metrik, (x_2, x_3) çiftinin tüm olası değerleri üzerinden $x_0^{ML}, x_1^{ML}, x_2, x_3$ için hesaplanır. Diğer bir deyişle, x_0, x_1, x_2 , and x_3 'ün tüm olası değerleri aranarak M^4 karmaşıklıkla çalışmak yerine, sadece x_2 ve x_3 'ün tüm olası değerleri M^2 karmaşıklıkla aranmış ve bu M^2 denemenin her adımında (x_2, x_3) çifti koşulu altında x_0 ve x_1 'in ML kestirimleri de $2M$ karmaşıklıkla elde edilmiştir. Böylece toplam alıcı karmaşıklığı $2M \times M^2 = 2M^3$ 'e indirilmiştir.

(5)'de önerilen \mathbf{X}_2 kodunun iki sütununun seri olarak dört verici antenden iletilmesi ile aşağıdaki 4 hızlı \mathbf{X}_4 kodu elde edilmiştir:

$$\begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{1I} & j(x_{2R} + jx_{3I}) & x_{4R} + jx_{5I} & j(x_{6R} + jx_{7I}) \\ x_{3R} + jx_{2I} & x_{1R} + jx_{0I} & x_{7R} + jx_{6I} & x_{5R} + jx_{4I} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Burada $x_i, i=0, \dots, 7$, modülasyonlu simgelerdir. \mathbf{X}_2 koduna benzer şekilde \mathbf{X}_4 kodunun kodlama kazancı QPSK için 0.8 olarak bulunmuştur ki bu da (10)'daki yapının doğal bir sonucudur. Fakat \mathbf{X}_4 kodunun fark matrisinin rankının 2 olması dolayısıyla, 2. dereceden verici çeşitlemesi elde edilmiştir. (2)'deki yaklaşım, \mathbf{X}_4 'ün ML çözümü için M^8 metrik hesabı gerektirir. Fakat \mathbf{X}_2 koduna uygulanan koşullu ML kod çözme tekniği \mathbf{X}_4 'e de uygulanabilir. Alıcı $x_i, i=2,3, \dots, 7$ simgelerinin tüm olası değerleri için ara işaretleri hesaplar, ardından (8)'de verilen \mathbf{Z} matrisini tüm birleşimler için \mathbf{Q}_1 'in alınan işaret matrisi olarak kabul eder ve $x_i, i=2,3, \dots, 7$ koşulu altında x_0 ve x_1 'in ML kestirimlerini elde eder. Böylece toplam alıcı karmaşıklığı M^8 'den $2M^7$ 'e düşürülmüştür.

Üç verici antende maksimum iletim hızlı (3 hızlı) bir kod elde etmek için (5)'de verilen yapı şu şekilde geliştirilmiştir:

$$\mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{1I} & x_{2R} + jx_{3I} & a(x_{4R} + jx_{5I}) \\ b(x_{5R} + jx_{4I}) & x_{1R} + jx_{0I} & x_{3R} + jx_{2I} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

\mathbf{X}_2 ve \mathbf{X}_4 kodlarının aksine, (11)'deki kodun simetrik bir yapıya sahip olmaması dolayısıyla \mathbf{X}_3 kodu için kodlama kazancı optimizasyonu oldukça uzun bilgisayar aramaları sonucunda yapılabilmektedir. $a = e^{j33^\circ}$, $b = e^{j49^\circ}$ değerleri için \mathbf{X}_3 kodunun kodlama kazancı 0.27 olarak bulunmuştur. \mathbf{X}_4 kodu gibi \mathbf{X}_3 kodu da 2. dereceden çeşitleme kazancı sağlamaktadır. \mathbf{X}_3 kodu için ML çözüm, \mathbf{X}_4 koduna benzer şekilde yapılır. Alıcı $x_i, i=2,3, \dots, 5$ simgelerinin tüm olası değerleri için ara işaretleri hesaplar, ardından (8)'de verilen \mathbf{Z} matrisini tüm birleşimler için \mathbf{Q}_1 'in alınan işaret matrisi olarak kabul eder ve $x_i, i=2,3, \dots, 5$ koşulu altında x_0 ve x_1 'in ML kestirimlerini elde eder. Böylece M^6 olan toplam alıcı karmaşıklığı $2M^5$ 'e düşürülmüştür.

4. Önerilen Kodların Bilgi Kuramsal Analizi

Bu bölümde, 3. Bölüm'de önerilen yüksek hızlı kodların ulaştığı maksimum karşılıklı bilgi miktarı incelenmiş ve bu kodların MIMO kanal sığasını yakaladığı gösterilmiştir. Öncelikle, alıcıda bilinen fakat vericide bilinmeyen $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{n_R \times n_T}$ kanal matrisiyle tanımlanmış $n_T \times n_R$ bir MIMO kanalın ρ işaret-gürültü oranındaki (SNR) ergodik kanal sığasını verelim [1]:

$$C(\rho, n_T, n_R) = E \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_{n_T} + \frac{\rho}{n_T} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) \right\}. \quad (12)$$

(12)'deki beklenen değer işlemi raslantısal kanal matrisinin dağılımı üzerinden alınmaktadır. Bir uzay-zaman blok kodunun sığasının hesaplanabilmesi için (1)'de verilen model şu şekilde geliştirilmelidir:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\rho}{n_T}} \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (13)$$

Burada, \mathbf{H} , \mathbf{X} kodunun eşdeğer kanal matrisi [5], \mathbf{y} , \mathbf{x} ve \mathbf{n} de sırasıyla alınan işaret, birim varyanslı iletilen işaret ve gürültü

vektörleridir. (13)'deki normalizasyon çarpanı, ρ 'nun her alıcıdaki SNR olmasını sağlamaktadır. Örneğin, (5)'de verilen \mathbf{X}_2 kodu için (13)'deki eşdeğer kanal modeli,

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\rho}{2}} \underbrace{\begin{bmatrix} h_{1,1} & 0 & jh_{1,2} & 0 \\ 0 & h_{1,2} & 0 & h_{1,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{n_R,1} & 0 & jh_{n_R,2} & 0 \\ 0 & h_{n_R,2} & 0 & h_{n_R,1} \end{bmatrix}}_H \underbrace{\begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{1I} \\ x_{1R} + jx_{0I} \\ x_{2R} + jx_{3I} \\ x_{3R} + jx_{2I} \end{bmatrix}}_x + \mathbf{n} \quad (14)$$

şeklinde verilir. \mathbf{X}_2 kodu tarafından erişilen maksimum karşılıklı bilgi miktarı (\mathbf{X}_2 kodunun sığası) şu şekilde hesaplanır [5, 7]:

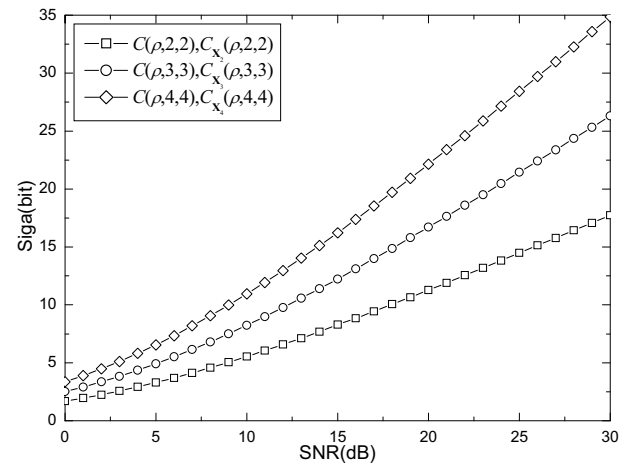
$$C_{\mathbf{X}_2}(\rho, 2, n_R) = \frac{1}{2} E \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_4 + \frac{\rho}{2} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) \right\}. \quad (15)$$

(14)'deki \mathbf{H} matrisi (15)'de yerine konular ve düzenlenirse,

$$C_{\mathbf{X}_2}(\rho, 2, n_R) = E \left\{ \log \det \begin{bmatrix} 1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,1}|^2 & \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} h_{i,1}^* h_{i,2} \\ \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} h_{i,1} h_{i,2}^* & 1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,2}|^2 \end{bmatrix} \right\} \quad (16)$$

olarak bulunur. Gösterilebilir ki n_R alıcı için $\mathbf{X}_{SM} = [x_0 \ x_1]$ kod matrisli uzamsal çoğullama (SM) yapısı ile $2 \times n_R$ bir MIMO kanalın sığası da (16)'da verilen ifadeye eşittir.

Yukarıda yapılabildiği benzer bir analiz \mathbf{X}_3 ve \mathbf{X}_4 kodları için de yapılabilir. Fakat, bu kodların eşdeğer kanal matrislerinin boyutlarının oldukça büyük olması dolayısıyla, sıgaları doğrudan Monte Carlo benzetimleri ile elde edilmiştir. Şekil 1'de, \mathbf{X}_2 , \mathbf{X}_3 ve \mathbf{X}_4 kodlarının sırasıyla 2, 3 ve 4 alıcı anten için sığa eğrileri verilmiştir. Bu şekilden de görüldüğü üzere önerilen kodlar kendi verici anten sayıları için (12)'de verilen MIMO kanal sığasını yakalamışlardır. Verici çeşitlemesi sağlamayan SM tekniklerinin pratikte yeğlenmesinin en önemli nedenlerinden biri uygulandıkları sistemlerde MIMO kanal sığasını yakalamalarıdır. Diğer taraftan, bu çalışmada önerilen kodlar, SM sistemleri gibi tam sığayı yakalamalarının yanı sıra 2. dereceden verici çeşitlemesi de sağlamaktadırlar.



Şekil 1: Önerilen kodların $n_R = n_T = 2, 3, 4$ için ergodik sığaları

5. Benzetim Sonuçları

Şekil 2’de, QPSK ve 16QAM modülasyonları için, önerilen 2 hızlı kodun (5), Golden kodun [8] ve Sezginer-Sari kodunun (SS-kodu [10]) duruğusuz Rayleigh sönmülemeli 2×2 ’lik bir MIMO kanalda bit hata olasılığı (BER) eğrileri alınan SNR’a bağlı olarak verilmiştir. Bu eğrilerden görüldüğü üzere yeni kod Golden kod ile aynı başarıyı yakalarken, bu iki kod da SS-kodundan daha iyi başarıyı vermektedir. Bunun nedeni önerilen kodun ve Golden kodun kodlama kazançlarının QPSK ve 16-QAM için sırasıyla 0.8 ve 3.2 olmasının yanında bu değerlerin SS-kodu için 0.5 ve 2 olmasıdır. Fakat SS-kodunun kod çözme karmaşıklığı da $2M^3$ ’tür. Dolayısıyla, yeni kod Golden kodun başarımına SS-koduyla aynı alıcı karmaşıklığında erişmiştir. Şekil 3’de ise üç ve dört verici anten için önerilen kodların iki alıcı antenli durumdaki başarımları, QPSK modülasyonu için ilişkin uzamsal çoğullama sistemleriyle karşılaştırılmıştır. Burada E_b , bit başına ortalama işaret enerjisidir. Bu eğrilerden görüldüğü üzere, önerilen kodlar sağladıkları verici çeşitlenmesi dolayısıyla artan SNR’la birlikte uzamsal çoğullama sistemleriyle aralarındaki farkı açmaktadır. Ancak, başarımdaki bu iyileşme, alıcı yapısının karmaşıklığının artmasını beraberinde getirmiştir.

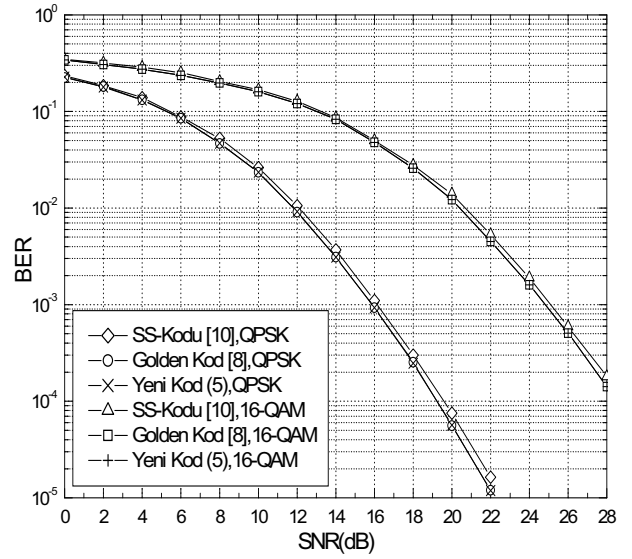
6. Sonuçlar

Bu çalışmada iki, üç ve dört verici antenli MIMO sistemler için iletim hızları sırasıyla 2, 3 ve 4 olan ve 2. dereceden verici çeşitlenmesi sağlayan uzay-zaman blok kodları önerilmiştir. Bu kodların yüksek karmaşıklıkları koşullu ML kod çözme tekniğiyle düşürülmüştür. İki anten için önerilen kodun, literatürdeki en iyi benzeri kod ile aynı başarıyı daha düşük bir karmaşıklıkla sağladığı, üç ve dört verici anten için önerilen kodların da uzamsal çoğullama tekniğine göre hata başarımında kayda değer iyileşmeler sağladığı gösterilmiştir. Herhangi çift sayıda verici anten için MIMO kanal sığasını yakalayan ve 2. dereceden verici çeşitlenmesi sağlayan bir kod elde etmek için, iki anten için önerilen kodun uygun sayıda sütunu yan yana iletebilir, ancak bu durumda alıcı karmaşıklığı kabul edilebilir sınırların çok üstüne çıkmış olacaktır. Önerilen kodlarda alıcı karmaşıklığını daha da düşürmek için kod matrislerindeki bazı simgeler sıfırlanabilir ki bu da kod hızında ve sığasında düşüşe neden olacaktır.

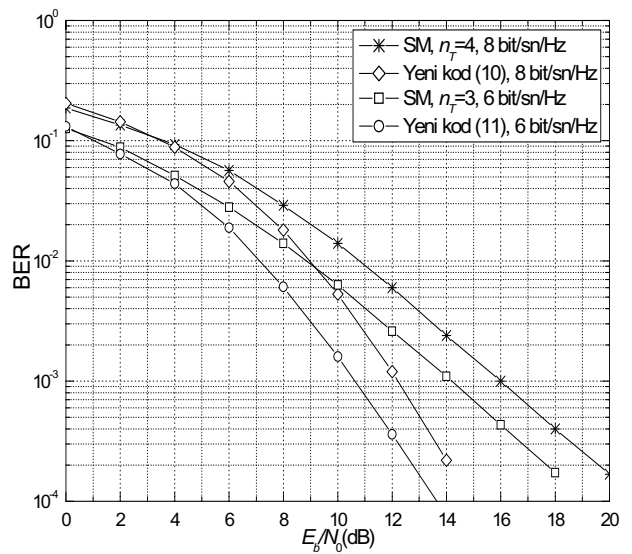
7. Kaynakça

- [1] Telatar, E., “Capacity of multi-antenna Gaussian channels,” *AT&T-Bell Laboratories, Internal Tech. Memo.*, Haz. 1995.
- [2] Alamouti, S. M., “A simple transmit diversity technique for wireless communications,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, 16(8): 1451-1458, Ekim 1998.
- [3] Tarokh, V., Jafarkhani, H. ve Calderbank, A. R., “Space-time block codes from orthogonal designs,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, 45(5): 1456-1466, Tem. 1999.
- [4] Wang, H. ve Xia, X.-G., “Upper Bounds of Rates of Complex Orthogonal Space-Time Block Codes,” *IEEE Trans. on Inf. Theory*, 49(11): 2788-2796, Ekim 2003.
- [5] Hassibi, B. ve Hochwald, B. M., “High-rate codes that are linear in space and time,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 48(7):1804-1824, Tem. 2002.

- [6] Jafarkhani, H., “A quasi-orthogonal space-time block code,” *IEEE Trans. On Comm.*, 49(1):1-4, Ocak 2001.
- [7] Khan, M. Z. A. ve Rajan, B. S., “Single-symbol maximum likelihood decodable linear STBCs,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, 52(5):2062-2091, May 2006.
- [8] Belfiore, J.-C., Rekaya, G. ve Viterbo, E., “The Golden code: a 2×2 full-rate space-time code with non-vanishing determinants,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51(4):1432-1436, Apr. 2005.
- [9] IEEE Std 802.16eTM-2005 for Local and Metropolitan Area Networks, Part 16, Şub. 2006.
- [10] Sezginer, S. ve Sari, H., “Full-rate full-diversity 2×2 space-time codes of reduced decoder complexity,” *IEEE Commun. Letters*, 11(12):973-975, Ara. 2007.
- [11] Tarokh, V., Seshadri, N., ve Calderbank, A. R., “Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criterion and code construction,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, 44(2):744-765, Mart 1998.



Şekil 2: İki verici anten için BER karşılaştırmaları



Şekil 3: Üç ve dört verici anten için BER karşılaştırmaları